

1.数轴的应用（加油站）

一、 比较大小

练习1

1. 大于 -2.8 小于 1.4 的整数共有 _____ 个 .

【答案】 4

【解析】 大于 -2.8 小于 1.4 的整数分别是 $-2, -1, 0, 1$, 一共有4个 .

故答案为 : 4 .

【标注】 【知识点】 有理数比较大小-利用有理数正负性

2. 大于 -3.5 且小于 2.5 的整数共有 () .

A. 6个

B. 5个

C. 4个

D. 3个

【答案】 A

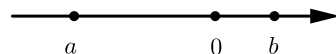
【解析】 大于 -3.5 , 小于 2.5 的整数有 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$, 所以共有6个 .

故选A .

【标注】 【知识点】 数轴上整点覆盖问题

练习2

3. 如图 , 有理数 a, b 在数轴上对应的点如下 , 则有 () .



A. $a > 0 > b$

B. $a > b > 0$

C. $a < 0 < b$

D. $a < b < 0$

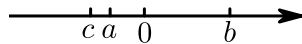
【答案】 C

【解析】 由图可知 , $a < 0 < b$, 故C正确 .

故选C .

【标注】【知识点】根据数轴上点的位置判断符号大小

4. 若有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图所示，则将 $-a$ 、 $-b$ 、 c 按从小到大的顺序为（ ）.



- A. $-b < c < -a$ B. $-b < -a < c$ C. $-a < c < -b$ D. $-a < -b < c$

【答案】A

【解析】由有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置，得

$$-a > 0, -b < 0, |b| > |c|,$$

由正数大于负数，得 $-b < c < -a$ ，

故A正确.

【标注】【知识点】根据数轴上点的位置判断符号大小

练习3

5. 绝对值大于0.5且小于4的所有整数有 _____ 个.

【答案】6

【解析】 $-3, -2, -1, 1, 2, 3$.

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

6. 绝对值大于1且小于4的整数有 _____ .

【答案】 $-2, -3, 2, 3$

【解析】绝对值大于1且小于4的整数有 $-2, -3, 2, 3$.

故答案为： $-2, -3, 2, 3$.

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

练习4

7. 比较大小： $-\frac{8}{9}$ _____ $-\frac{9}{10}$.

【答案】>

【解析】因为 $\left|-\frac{8}{9}\right| = \frac{8}{9}$, $\left|-\frac{9}{10}\right| = \frac{9}{10}$,
 $\frac{8}{9} < \frac{9}{10}$, 所以 $-\frac{8}{9} > -\frac{9}{10}$.

故答案为：> .

【标注】【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

8. 比大小： $-\frac{4}{5}$ _____ $-\frac{5}{6}$. (填 ">" 或 "<")

【答案】>

【解析】 $-\frac{4}{5} = -\frac{24}{30}$, $-\frac{5}{6} = -\frac{25}{30}$,
 $\therefore -\frac{24}{30} > -\frac{25}{30}$,
 $\therefore -\frac{4}{5} > -\frac{5}{6}$.

【标注】【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

9. 比较大小： $\left|-\frac{3}{2}\right|$ _____ -2 . (填 "<" 或 ">" 或 "=")

【答案】>

【解析】 $\because \left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$,
 $\therefore \left|-\frac{3}{2}\right| > -2$.

故答案为：> .

【标注】【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

10. $-\left|-\frac{2}{3}\right|$ 和 $-(-\frac{3}{4})$ 中较大的是 _____ .

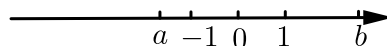
【答案】 $-(-\frac{3}{4})$

【解析】 $-\left|-\frac{2}{3}\right| = -\frac{2}{3}$; $-(-\frac{3}{4}) = \frac{3}{4}$.
 $\frac{3}{4} > -\frac{2}{3}$.

【标注】【知识点】有理数比较大小-利用有理数正负性

练习5

11. 已知实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 下列结论错误的是().



- A. $-b < -1 < -a$ B. $1 < |b| < |a|$ C. $1 < |a| < b$ D. $-b < a < -1$

【答案】B

【解析】A 选项: 根据实数 a, b 在数轴上的位置, 可得

$$a < -1 < 0 < 1 < b,$$

$$\therefore a < 1 < b,$$

$\therefore -b < -1 < -a$, 故选项A结论正确;

B 选项: 由图可知, $1 < |a| < |b|$, 故选项B结论错误;

C 选项: $\because 1 < |a| < |b|$,

$\therefore$ 选项C结论正确;

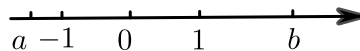
D 选项: $\because -b < a < -1$,

$\therefore$ 选项D结论正确.

故选 B.

【标注】【知识点】实数与数轴

12. 已知实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 下列结论错误的是().



- A. $|a| < 1 < |b|$ B. $1 < -a < b$ C. $1 < |a| < b$ D. $-b < a < -1$

【答案】A

【解析】根据实数 a, b 在数轴上的位置, 可得 $a < -1 < 0 < 1 < b$,

$\therefore 1 < |a| < |b|$, $\therefore$ 选项A错误;

$\therefore 1 < -a < b$, $\therefore$ 选项B正确;

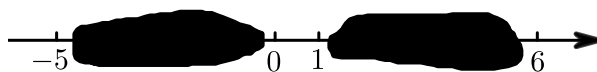
$\therefore 1 < |a| < b$, $\therefore$ 选项C正确;

$\therefore -b < a < -1$, $\therefore$ 选项D正确.

二、整数点问题

练习6

13. 小芳在写作业时，不慎将墨水滴在数轴上，根据图中的数值，判断墨水盖住部分的整数个数有 _____ 个。



【答案】8

【解析】因为墨水盖住的是数轴上-5和0之间以及1和6之间的数，
所以盖住的整数有-4，-3，-2，-1和2，3，4，5共8个整数。
故答案为：8。

【标注】【知识点】数轴上整点覆盖问题

14. 一滴墨水洒在一个数轴上，根据图中标出的数值，判断墨迹盖住的整数个数是 _____。



【答案】120

【解析】因为墨迹最左端的实数是-109.2，最右端的实数是10.5。根据实数在数轴上的排列特点，可得墨迹遮盖部分最左侧的整数是-109，最右侧的整数是10。所以遮盖住的整数共有120个。
故答案是：120。

【标注】【知识点】数轴上整点覆盖问题

练习7

15. 数轴上坐标是整数的点称为整点，某数轴的单位长度是1厘米，若在这个数轴上随意画一条长为2018厘米的线段AB，则线段AB盖住的整点是（ ）个。

A. 2017或2018

B. 2017或2019

C. 2018或2019

D. 2018或2020

【答案】C

【解析】设 $AB = 2$,

如图所示,

当 A 对应的数为0, B 对应的数为2时,

线段 AB 盖住的整点有3个, 为0、1、2.

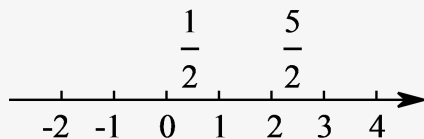
当 A 对应的数为 $\frac{1}{2}$, B 对应的数为 $\frac{5}{2}$ 时,

线段 AB 盖住的整数点有2个, 为1、2.

$\therefore$ 当 $AB = 2$ 时, 线段 AB 盖住的整点有2个或者3个,

$\therefore$ 当 $AB = 2018$ 时, 线段 AB 盖住的整点有2018个或2019个.

故答案为C.



【标注】【知识点】数轴上整点覆盖问题

16. 在数轴上任取一条长度为 $2000\frac{1}{9}$ 的线段, 则此线段在这条数轴上最多能盖住的整数点的个数是 () .

A. 1998

B. 1999

C. 2000

D. 2001

【答案】D

【解析】 $\because$ 线段长为 $2000\frac{1}{9}$,

$\therefore$ 将此线段一端放在0处, 另一端处于 $2000\frac{1}{9}$ 处,

共覆盖2001个点.

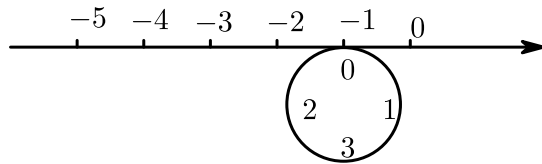
故选D.

【标注】【知识点】数轴上整点覆盖问题

三、滚动问题

练习8

17. 如图所示，圆的周长为4个单位长度，在圆的4等分点处标上数字0，1，2，3．先让圆周上数字0所对应的点与数轴上的数-1所对应的点重合，再让数轴按逆时针方向绕在该圆上，那么数轴上的数-2006将与圆周上的数字_____重合．



【答案】 2

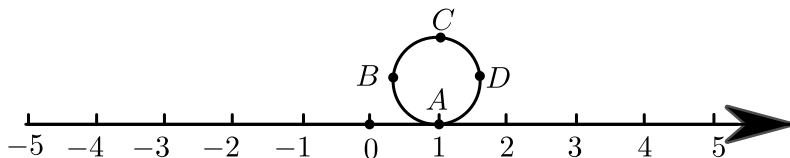
【解析】 按照0，2，3，1的顺序循环，4个数一个“循环节”

数-1到-2006之间有： $(-1) - (-2006) + 1 = 2006$ 个数

$2006 \div 4 = 501$ 余数2，余数2与2对应，余数1与0对应，余数3与3对应，余数0与1对应，故-2006与圆周上的数字2重合．

【标注】【知识点】数轴上的规律探究

18. 如图所示，圆的周长为4个单位长度，在圆的4等分点处标上字母A、B、C、D，先将圆周上的字母A对应的点与数轴上的数字1所对应的点重合，若让数轴按顺时针方向绕在该圆上，那么数轴上的-2016所对应的点将与圆周上字母_____所对应的点重合．



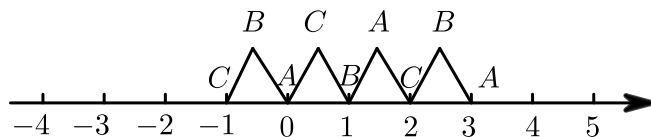
【答案】 B

【解析】 略

【标注】【知识点】数轴上的规律探究

练习9

19. 等边三角形ABC在数轴上的位置如图所示，点A，C对应的数分别是0和-1，若三角形绕着顶点顺时针方向在数轴上连续翻转，翻转一次后，点B所对应的数是1，则翻转2014次后，点B所对应的数是多少？（ ）



A. 2014

B. 2013.5

C. 2012.5

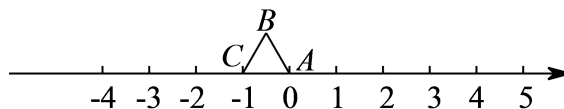
D. 2013

【答案】 A

【解析】 结合数轴发现翻折的次数，发现对应的数字依次是：1, 1, 2.5; 4, 4, 5.5; 7, 7, 8.5...即第一次和第二次对应的都是1，第四次和第五次对应的都是4，第七次和第八次对应的都是7。根据这一规律，因为 $2014 = 671 \times 3 + 1 = 2013 + 1$ ，所以翻转2014次后，点B所对应的数是2014。

【标注】【知识点】数轴上的规律探究

20. 等边 $\triangle ABC$ 在数轴上的位置如图所示，点A、C对应的数字分别是0和-1，若 $\triangle ABC$ 绕顶点沿顺时针方向在数轴上连续翻转，翻转1次后，点B所对应的数为1，则连续翻转2012次后，点B对应的数字为_____。



【答案】 2011

【解析】 结合数轴发现根据翻折的次数，发现对应的数字依次是：1, 1, 2.5; 4, 4, 5.5; 7, 7, 8.5...即第1次和第二次对应的都是1，第四次和第五次对应的都是4，第7次和第8次对应的都是7。根据这一规律：因为 $2012 = 670 \times 3 + 2 = 2010 + 2$ ，所以翻转2012次后，点B所对应的数2011。

【标注】【知识点】数轴上的规律探究

四、数轴的移动与距离

练习10

21. 在数轴上，与表示-1的点距离为3的点所表示的数是_____。

【答案】 2或-4

【解析】 若点在-1的左面，则点为-4；

若点在-1的右面，则点为2；

故答案为：2或-4．

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

22. 数轴上表示数-3和表示数-12的两点之间的距离是 _____ ．

【答案】 9

【解析】 ∵数轴上两点分别用-3，-12表示，

∴在数轴上表示数-3和表示数-12的两点之间的距离 = $|-12 + 3| = 9$ ．

故答案为：9．

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

|| 练习11

23. 在数轴上，与表示2的点距离为5的点所表示的数是 _____ ．

【答案】 7或-3

【解析】 到2的点距离为5的点，左右各有一个，左边 $2 + 5 = 7$ ，右边 $2 - 5 = -3$ ．

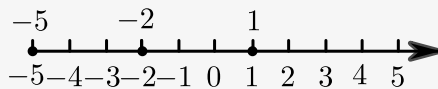
【标注】【知识点】数轴上两点间距离

24. 数轴上点P表示的数是-2，那么到P点的距离是3个单位长度的点表示的数是 _____ ．

【答案】 -5或1

【解析】 根据数轴可以得到在数轴上与点A距离3个长度单位的点所表示的数是：-5或1．

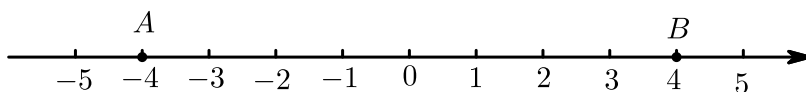
故答案为：-5或1．



【标注】【知识点】数轴上两点间距离

练习12

25. 如图，点 A 、 B 在数轴上，表示的数分别是 -4 和 4 ，若在数轴上存在一点 P ，到 A 的距离是到 B 的距离的 3 倍，则点 P 表示的数是 _____ 。



【答案】 2或8

【解析】 设点 P 表示的数是 x ，

$\therefore$ 点 P 到 A 的距离是点 P 到 B 的距离的 3 倍，

$$\therefore |x + 4| = 3|x - 4|.$$

解得： $x = 2$ 或 8 。

故答案为： 2 或 8 。

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

26. 已知点 A 、 B 、 C 分别是数轴上的三个点，点 A 表示的数是 -1 ，点 B 表示的数是 2 ，且 B 、 C 两点间的距离是 A 、 B 两点间距离的 3 倍，则点 C 表示的数是 _____ 或 _____ 。

【答案】 -7 ； 11

【解析】 略。

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

练习13

27. 一个点从数轴上的原点出发，先向右移动 3 个单位长度，再向左移动 8 个单位长度到达 P 点，那么 P 点所表示的数是 _____ 。

【答案】 -5

【解析】 根据题意得， $0 + 3 - 8 = -5$ ，

$\therefore P$ 点所表示的数是 -5 。

故答案为： -5 。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

28. 把点 P 从数轴的原点开始，向右移动2个单位长度，再向左移动7个单位长度，此时点 P 所表示的数是_____。

【答案】-5

【解析】 $0 + 2 - 7 = -5$ 。

∴点 P 所表示的数是-5。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

练习14

29. 在数轴上，把点 M 向左移动6个单位长度到点 N ，再把 N 向右移动2个单位长度到点 P ，点 P 表示的数是 $-6\frac{1}{3}$ ，则 M 点表示的数是_____。

【答案】 $-\frac{7}{3}$

【解析】∵把点 M 向左移动6个单位长度到点 N ，再把 N 向右移动2个单位长度到点 P ，点 P 表示的数是 $-6\frac{1}{3}$ ，

∴把 P 向左移动2个单位长度到点 N ，再把点 N 向右移动6个单位长度到点 M ，

∴点 N 表示的数是 $-6\frac{1}{3} - 2 = -\frac{25}{3}$ ，

∴点 M 表示的数为 $-\frac{25}{3} + 6 = -\frac{7}{3}$ ，

即点 M 表示的数为 $-\frac{7}{3}$ 。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

30. 点 A 表示数轴上的一个点，将点 A 向左移动6个单位，再向右移动4个单位，终点恰好是原点，则点 A 表示的数是_____。

【答案】2

【解析】设 A 点表示的数为 x ，则有 $x - 6 + 4 = 0$ ，解得 $x = 2$ 。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

练习15

31. 在数轴上，点 A 表示1，现将点 A 沿 x 轴做如下移动：第一次点 A 向左移动3个单位长度到达点 A_1 ，第二次将点 A_1 向右移动6个单位长度到达点 A_2 ，第三次将点 A_2 向左移动9个单位长度到达点 A_3 ，按照这种移动规律移动下去，第 n 次移动到点 A_n ，如果点 A_n 与原点的距离不小于30，那么 n 的最小值是_____。

【答案】 20

【解析】 第一次点 A 向左移动3个单位长度至点 A_1 ，则 A_1 表示的数， $1 - 3 = -2$ ；
第2次从点 A_1 向右移动6个单位长度至点 A_2 ，则 A_2 表示的数为 $-2 + 6 = 4$ ；
第3次从点 A_2 向左移动9个单位长度至点 A_3 ，则 A_3 表示的数为 $4 - 9 = -5$ ；
第4次从点 A_3 向右移动12个单位长度至点 A_4 ，则 A_4 表示的数为 $-5 + 12 = 7$ ；
...
 $\therefore$ 每移动2次点与原点的距离增加3个单位，
 $\therefore 30 \div 3 = 10$ ，
 $\therefore$ 移动20次时，与原点距离为30，
 $\therefore n$ 的最小值为20。

【标注】【知识点】数列找规律-具有周期规律的数列

32. 一个机器人从数轴原点出发，沿数轴正方向，以每前进3步后退2步的程序运动。设该机器人每秒钟前进或后退1步，并且每步的距离是1个单位长度， x_n 表示第 n 秒时机器人在数轴上的位置所对应的数，则 $x_{2019} =$ _____。

【答案】 405

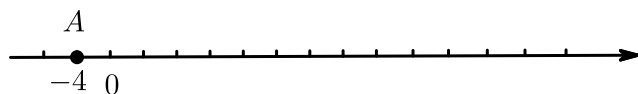
【解析】 “前进3步后退2步”这5秒组成一个循环结构，
这5秒可以前进1步，也就是1个单位长度，
又 $2019 \div 5 = 403 \cdots 4$ ，
前403个循环共前进403个单位长度，最后4秒前进3步后退1步。
 $\therefore x_{2019} = 403 + 3 - 1 = 405$ 。

【标注】【知识点】数列找规律-具有周期规律的数列

练习16

33. 对数轴上的点 P 进行如下操作：先把点 P 表示的数乘2，再把所得数的对应点向右平移1个单位，得到点 P 的对应点 P' ，现对数轴上的 A 、 B 两点进行上述操作后得到其对应点 A' 、 B' 。

(1) 如图，若点 A 表示的数是 -4 ，则点 A' 表示的数是_____。



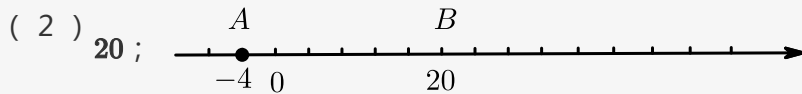
(2) 若点 B' 表示的数是41，求点 B 表示的数，并在数轴上标出点 B 。

(3) 若(1)中点 A 、(2)中点 B 同时分别以2个单位长度/秒的速度相向运动，点 M (M 点在原点) 同时以4个单位长度/秒的速度向右运动。

① 是否存在 M 点，使 $3MA = 2MB$ ？若存在，直接写出点 M 对应的数；若不存在，请说明理由。

② 几秒后点 M 到点 A 、 B 的距离相等？求此时点 M 对应的数。

【答案】 (1) -7



(3) ① 存在，点 M 表示的数为 $\frac{56}{9}$ 或 $\frac{104}{3}$ 。

② 2秒；8.6秒；24。

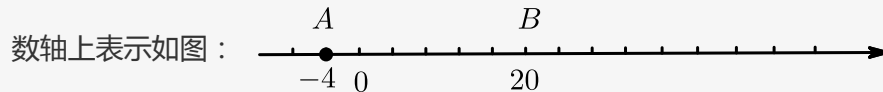
【解析】 (1) 若点 A 表示的数是 -4 ，则点 A' 表示的数是 $-4 \times 2 + 1 = -7$ 。

故答案为： -7 。

(2) 设点 B 表示的数为 b ，

则 $2b + 1 = 41$ ，

解得： $b = 20$ ，



(3) ① 略。

② 设 t 秒后点 M 到点 A 、 B 的距离相等，

$AM = 4t - (-4 + 2t) = 2t + 4$ ， $BM = 20 - 2t - 4t = 20 - 6t$ ，

则 $2t + 4 = 20 - 6t$ ，

解得： $t = 2$ ，

$2 \times 4 = 8$ ，则点 M 对应的数是8；

当点 A 与点 B 重合时有 $20 - 2t = 2t - 4$ ，解得： $t = 6$ ，

$6 \times 4 = 24$ ，则点 M 对应的数是24。

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

34. 已知数轴上两点 A 、 B 对应的数分别为 -2 、 6 ，点 P 为数轴上一动点，其对应的数为 x 。
- (1) 若点 P 为 AB 的中点，则点 P 对应的数为_____。
- (2) 数轴上是否存在点 P ，使点 P 到点 A 、 B 的距离之和为 16 ，若存在，请求出 x 的值，若不存在，请说明理由。
- (3) 如果点 P 以每秒钟 5 个单位长度的速度从点 O 向右运动时，点 A 和点 B 分别以每秒钟 2 个单位长度和每秒钟 3 个单位长度的速度也向右运动，且三点同时出发，那么经过几秒钟，点 P 到点 A 、点 B 的距离相等。

【答案】(1) 2

(2) 存在， $x = -6$ 或 10 时。

(3) 过 $\frac{4}{5}$ 秒，点 P 到点 A ，点 B 的距离相等。

【解析】(1) $\frac{-2+6}{2} = 2$ ，

$\therefore P$ 对应的数字为 2 。

(2) ①若 P 在 A 左边，则 $PA + PB = (-2 - x) + (6 - x) = 16$ ，

$\therefore x = -6$ ，

②若 P 在 A 、 B 中间，则 $PA + PB = 8$ ，不符合题意，

③若 P 在 B 右边，则 $PA + PB = (x + 2) + (x - 6) = 16$ ，

$\therefore x = 10$ ，

即当 $x = -6$ 或 10 时， $PA + PB = 16$ 。

(3) 经过 t 秒后，

P 对应的数字为： $5t$ ，

A 对应的数字为： $-2 + 2t$ ，

B 对应的数字为： $6 + 3t$ ，

显然， B 始终在 A 右边，

$\therefore$ 要使 $PA = PB$ ， P 可能是 A 、 B 的中点，

$\therefore \frac{-2 + 2t + 6 + 3t}{2} = 5t$ ，

$\therefore t = \frac{4}{5}$ ，

即过 $\frac{4}{5}$ 秒，点 P 到点 A ，点 B 的距离相等。

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

35. 点 A 、 B 、 C 在数轴上表示的数是 a 、 b 、 c ，且满足 $(a+3)^2 + |b-24| = 0$ ，多项式

$x^{|c+3|}y^2 - cx^3 + xy^2 - 1$ 是五次四项式。

(1) a 的值为_____， b 的值为_____， c 的值为_____。

(2) 已知点 P 、 Q 是数轴上的两个动点，点 P 从点 C 出发，以每秒3个单位的速度向右运动，同时点 Q 从点 B 出发，以每秒7个单位的速度向左运动：

① 若点 P 和点 Q 经过 t 秒后，在数轴上的点 D 处相遇，求 t 的值和点 D 所表示的数。

② 若点 P 运动到点 A 处，点 Q 再出发，则点 P 运动几秒后两点之间的距离为5个单位长度。

【答案】 (1) -3 ； 24 ； -6

(2) ① t 的值为3，点 D 所表示的数是3。

② 点 P 运动3.2秒或4.2秒后两点之间的距离为5个单位长度。

【解析】 (1) $\because (a+3)^2 + |b-24| = 0$ ，

$$\therefore a+3=0, b-24=0,$$

$$\therefore a=-3, b=24;$$

$\because$ 多项式 $x^{|c+3|}y^2 - cx^3 + xy^2 - 1$ 是五次四项式，

$$\therefore |c+3|=3, c \neq 0,$$

$$\therefore c=-6.$$

故答案为： -3 ； 24 ； -6 。

(2) ① 当运动时间为 t 秒时，点 P 所表示的数是 $3t-6$ ，

点 Q 所表示的数是 $-7t+24$ ，

根据题意得： $3t-6 = -7t+24$ ，

$$\text{解得：} t=3,$$

$$\therefore 3t-6=3.$$

答： t 的值为3，点 D 所表示的数是3。

② 当运动时间为 t 秒时($t > 1$)，点 P 所表示的数是 $3t-6$ ，点 Q 所表示的数是

$$-7(t-1)+24,$$

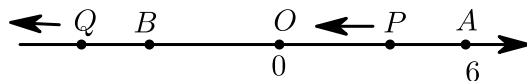
根据题意得： $|(3t-6) - [-7(t-1)+24]| = 5$ ，

$$\text{解得：} t_1=3.2, t_2=4.2.$$

答：点 P 运动3.2秒或4.2秒后两点之间的距离为5个单位长度。

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

36. 已知数轴上点 A 表示的数为6, B 是数轴上在 A 左侧的一点, 且 A, B 两点间的距离为10. 动点 P 从点 A 出发, 以每秒6个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动, 设运动时间为 t ($t > 0$) 秒.



- (1) 数轴上点 B 表示的数是 _____ ; 当点 P 运动到 AB 的中点时, 它所表示的数是 _____ .
- (2) 动点 Q 从点 B 出发, 以每秒2个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动, 若点 P, Q 同时出发. 求:
- ① 当点 P 运动多少秒时, 点 P 追上点 Q ?
 - ② 当点 P 运动多少秒时, 点 P 与点 Q 间的距离为8个单位长度?

【答案】 (1) $-4; 1$

(2) ① 2.5秒.

② 0.5秒或4.5秒.

【解析】 (1) 根据题意, 得 B 点表示的数为 -4 ,

当点 P 运动到 AB 的中点时, 它所表示的数为1.

故答案为 $-4; 1$.

(2) ① 根据题意, 得 $6t - 2t = 10$,

解得 $t = 2.5$.

答: 当 P 运动2.5秒时, 点 P 追上点 Q .

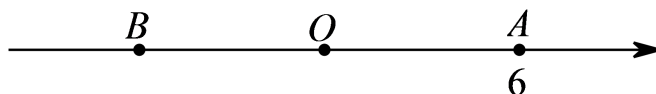
② 根据题意, 得 $2t + (10 - 6t) = 8$, $t = 0.5$,

或 $(6t - 10) - 2t = 8$, $t = 4.5$.

答: 当点 P 运动0.5秒或4.5秒时, 点 P 与点 Q 间的距离为8个单位长度.

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

37. 如图, 已知数轴上的点 A 对应的数为6, B 是数轴上的一点, 且 $AB = 10$, O 为原点, 动点 P 从点 A 出发, 以每秒6个单位长度的速度沿着数轴向左匀速运动, 设运动时间为 t 秒($t > 0$).



- (1) 数轴上点 B 对应的数是 _____ , 点 P 对应的数是 _____ (用含有 t 的式子表示).
- (2) 动点 Q 从点 B 与动点 P 同时出发, 以每秒4个单位长度的速度沿着数轴向左匀速运动, 试问: 运动时间为多少秒时点 P 可以追上点 Q ?

- (3) M 是 AP 的中点, N 是 PB 的中点, 点 P 在运动过程中, 线段 MN 的长度是否发生变化? 若有变化, 说明理由; 若没有变化, 请你画出图形, 并求出 MN 的长.

【答案】(1) $-4; 6 - 6t$

(2) 点 P 运动5秒时, 在点 C 处追上点 Q .

(3) 线段 MN 的长度不发生变化, 等于5; 画图见解析.

【解析】(1) 由题意可得,

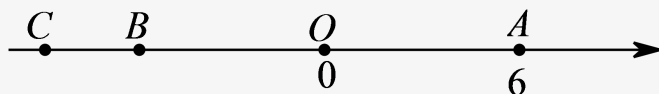
点 B 对应的数为 $6 - 10 = -4$,

点 P 对应的数为 $6 - 6t$,

故答案为 $-4, 6 - 6t$.

(2) 设点 P 运动 x 秒时,

在点 C 处追上点 Q (如图),



则 $AC = 6x$,

$BC = 4x$,

$\therefore AC - BC = AB$,

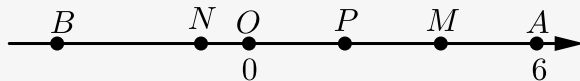
$\therefore 6x - 4x = 10$,

解得 $x = 5$,

$\therefore$ 点 P 运动5秒时, 在点 C 处追上点 Q .

(3) 分两种情况,

① 当点 P 在 A, B 两点之间运动时,



$MN = MP + NP$

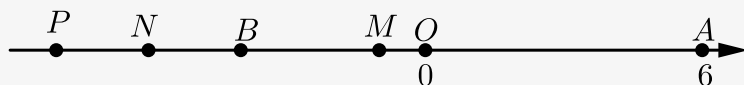
$= \frac{1}{2}AP + \frac{1}{2}BP$

$= \frac{1}{2}(AP + BP)$

$= \frac{1}{2}AB$

$= 5$,

② 当点 P 运动到点 B 的左侧时,



$$\begin{aligned}
 MN &= MP - NP \\
 &= \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}BP \\
 &= \frac{1}{2}(AP - BP) \\
 &= \frac{1}{2}AB \\
 &= 5,
 \end{aligned}$$

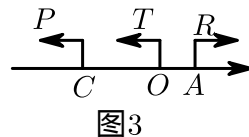
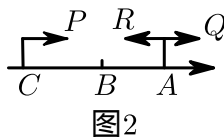
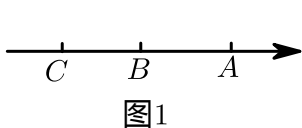
综上所述，线段 MN 的长度不发生变化，其值为5．

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

38. **【背景知识】**数轴是初中数学的一个重要工具，利用数轴可以将数与形完美地结合．研究数轴我们发现了许多重要的规律：若数轴上点 A 、点 B 表示的数分别为 a 、 b ，则 A 、 B 两点之间的距离 $AB = |a - b|$ ，线段 AB 的中点表示的数为 $\frac{a+b}{2}$ ．

【问题情境】如图1，已知数轴上有三点 A 、 B 、 C ， $AB = 60$ ，点 A 对应的数是40．

【综合运用】



- (1) 点 B 表示的数是_____．
- (2) 如图2，在(2)的条件下，动点 P 、 Q 两点同时从 C 、 A 出发向右运动，同时动点 R 从点 A 向左运动，已知点 P 的速度是点 R 的速度的3倍，点 Q 的速度是点 R 的速度2倍少5个单位长度/秒．经过5秒，点 P 、 Q 之间的距离与点 Q 、 R 之间的距离相等，求动点 Q 的速度．
- (3) 如图3，在(2)的条件下， O 表示原点，动点 P 、 T 分别从 C 、 O 两点同时出发向左运动，同时动点 R 从点 A 出发向右运动，点 P 、 T 、 R 的速度分别为5个单位长度/秒，为线段 OR 的中点．请问 $PT - MN$ 的值是否会发生变化？若不变，请求出相应的数值；若变化，请说明理由．

【答案】(1) -20

(2) 9个单位长度/秒．

(3) $PT - MN$ 的值不会发生变化，是30．

【解析】(1) $40 - 60 = -20$ ．

故点 B 表示的数是 -20 ．

故答案为： -20 ．

(2) 如图2，

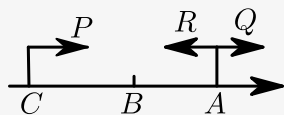


图 2

设 R 的速度为每秒 x 个单位，则

R 对应的数为 $40 - 5x$ ，

P 对应的数为 $-100 + 15x$ ，

Q 对应的数为 $10x + 15$ ，

$PQ = 5x - 115$ 或 $115 - 5x$ ， $QR = 15x - 25$ ，

$\therefore PQ = QR$ ，

$\therefore 5x - 115 = 15x - 25$ 或 $115 - 5x = 15x - 25$ ，

解得： $x = -9$ （不合题意，故舍去）或 $x = 7$ ，

$\therefore$ 动点 Q 的速度是 $2 \times 7 - 5 = 9$ 个单位长度/秒。

(3) 如图3，

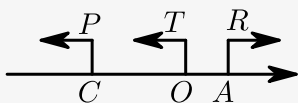


图 3

设运动时间为 t 秒，

P 对应的数为 $-100 - 5t$ ， T 对应的数为 $-t$ ， R 对应的数为 $40 + 2t$ ，

$PT = 100 + 4t$ ，

M 对应的数为 $-50 - 3t$ ， N 对应的数为 $20 + t$ ， $MN = 70 + 4t$ ，

$\therefore PT - MN = 30$ ，

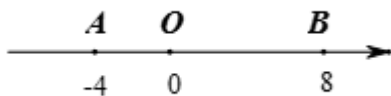
$\therefore PT - MN$ 的值不会发生变化，是30。

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

【能力】运算能力

练习17

39. 如图，点 A 在数轴上表示的数是 -4 ，点 B 表示的数是 8 。点 P 从 A 点出发，以每秒1个单位的速度沿数轴向 B 点运动，同时点 Q 从 B 点出发，以每秒2个单位的速度沿数轴向 A 点运动。设运动时间为 t （秒）。



- (1) 线段 AB 的长度为_____个单位；

(2) 运动时间为 t 秒时, 点 P 在数轴上表示的数是_____ ; 点 Q 在数轴上表示的数是_____.

(用含 t 的代数式表示)

(3) 当 $PQ = \frac{1}{2}AB$ 时, 求 t 的值.

【答案】 (1) 12

(2) $-4 + t$; $8 - 2t$

(3) $t = 6$ 或 $t = 2$

【解析】 (1) $AB = 8 - (-4) = 12$

(2)

(3) $PQ = |(-4 + t) - (8 - 2t)|$

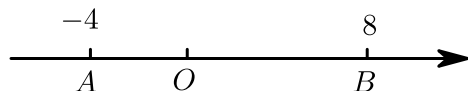
由题意得: $|(-4 + t) - (8 - 2t)| = \frac{1}{2} \times 12$,

解得: $t = 6$ 或 $t = 2$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】数轴上两点间距离

40. 如图, 点 A 在数轴上表示的数是 -4 , 点 B 表示的数是 8 , P, Q 两点同时分别以 1 个单位长度/秒和 2 个单位长度/秒的速度从 A, B 两点出发沿数轴运动, 设运动时间为 t (秒),



(1) 线段 AB 的长度为多少个单位长度.

(2) 如果点 P 向右运动, 点 Q 向左运动, 几秒后 $PQ = \frac{1}{2}AB$?

(3) 如果点 P, Q 同时向左运动, M, N 分别是 PA 和 BQ 的中点, 是否存在这样的时间 t 使得线段 $MN = \frac{1}{4}AB$? 若存在, 求出 t 的值. 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) 12.

(2) 2秒或6秒后 $PQ = \frac{1}{2}AB$.

(3) 存在 $t = 18$ 或 30 秒时, $MN = \frac{1}{4}AB$.

【解析】 (1) $AB = 8 - (-4) = 12$.

(2) 方法一: 设 t 秒后, $PQ = \frac{1}{2}AB$,

①当 P 在 Q 左侧时, $(8 - 2t) - (-4 + t) = 6$,

$$t = 2 .$$

$$\textcircled{2} \text{当} P \text{在} Q \text{右侧时}, (-4 + t) - (8 - 2t) = 6 ,$$

$$t = 6 ,$$

$$\therefore 2 \text{秒或} 6 \text{秒后} PQ = \frac{1}{2} AB .$$

方法二： t 秒后：

$$P \text{对应的数为} : -4 + t ,$$

$$Q \text{对应的数为} : 8 - 2t ,$$

$$\text{则} PQ = |12 - 3t| = \frac{1}{2} AB ,$$

$$\therefore |12 - 3t| = 6 ,$$

$$\text{解得} : t = 2 \text{或} t = 6 .$$

$$\text{答} : 2 \text{秒或} 6 \text{秒后}, PQ = \frac{1}{2} AB .$$

(3) 方法一： $\textcircled{1}$ M 在 N 右侧时，

$$\frac{-4 + (-4 - t)}{2} - \frac{8 + (8 - 2t)}{2} = 3 ,$$

$$\text{解得} t = 30 .$$

$$\textcircled{2} M \text{在} N \text{左侧时}, \frac{8 + (8 - 2t)}{2} - \frac{-4 + (-4 - t)}{2} = 3 ,$$

$$\text{解得} t = 18 ,$$

$$\text{存在} t = 18 \text{或} 30 \text{秒时}, MN = \frac{1}{4} AB .$$

方法二： t 秒后：

$$P \text{对应的数为} : -4 + t ,$$

$$Q \text{对应的数为} : 8 - 2t .$$

$\therefore M$ 为 PA 中点， N 为 BQ 中点，

$$\therefore M \text{对应的数为} : \frac{-8 - t}{2} , N \text{对应的数为} : \frac{16 - 2t}{2} ,$$

$$\text{则} MN = \left| \frac{24 - t}{2} \right| = \frac{1}{4} AB ,$$

$$|24 - t| = 6 ,$$

$$\text{解得} : t = 18 \text{或} t = 30 .$$

【标注】【思想】分类讨论思想

【能力】运算能力

【知识点】数轴上两点间距离